

## 一筆走天涯

歐拉於 1707 年出生於瑞士，我們現在習以為常的數學符號很多都是歐拉所引入的，例如：函數符號  $f(x)$ 、圓週率  $\pi$ 、自然對數的底  $e$ 、求和符號  $\Sigma$ 、 $\log x$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$  以及虛數單位  $i$  等。

雖然他於 31 歲時喪失了右眼的視力，59 歲因白內障而雙眼失明，但他性格樂觀，從未遲緩鬆懈研究工作，他以驚人的記憶力及集中力，到離開世界前的一天，仍然為數學作出貢獻。他是數學史上最多產的數學家，有人整理他曾發表過的文章，有 756 篇之多，其中有 355 篇竟然是在他差不多完全盲了之後發表的！

他於 1783 年離開世界，有評論這樣形容他的離去：

“Euler ceased to live and to calculate” (歐拉的生命完結時其計算工作亦停止了。)

歐拉 在 1736 年訪問哥尼斯堡(波羅的海沿岸的城市)，城中有一條河流，在河上建有七座橋。

有人提出了一個問題：「有沒有辦法一次走完七座橋，而且每座橋只經過一次？」結果，許多人興致勃勃地一再嘗試，卻怎麼樣也找不出答案。

歐拉 把問題轉化為能否一筆過(每條線只經過一次)畫出右圖：(其中“點”代表“陸地”，“線”代表“橋”。這是用數學處理實際問題的技巧，抽出重點，捨去枝節。)

他推論出此種走法是不可能的。他的論點是這樣的：

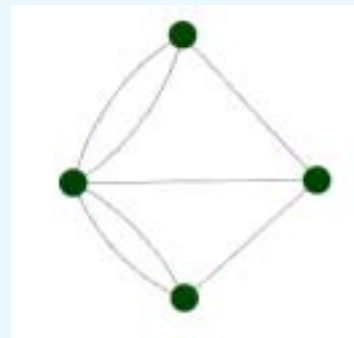
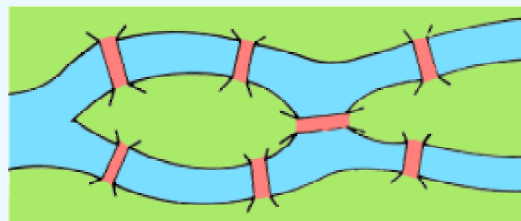
“除了起點和終點以外，每次當一個人由一座橋進入一塊陸地（或點）時，他同時也由另一座橋離開此點。因此除了起點和終點以外，每一個陸地與其他陸地連接的橋數必為偶數。”

即除了起點和終點以外，其他點只要有一條『進來』的線，就一定有一條『出去』的線，也就是說，一筆畫圖形裡面，除了頭尾兩點以外，其他的點所連接的線一定都是偶數條。所以說，可以一筆畫的圖形，『奇點』不是兩個就是零個。

因為“七橋問題”所成的圖形中，有四個『奇點』，所以不可能一筆畫的。

參考網頁：<http://steiner.math.nthu.edu.tw/ne01/jyt/famousthm/linegame.swf> (你可以在網上試試一筆畫)

參考書本：沒有數字的數學 (徐力行著：天下出版社)  
奇妙的數學世界 (鈞浩康著、簡瑞宏譯：時報出版社)



### 數學競賽



你知道下列那些圖形可以一筆畫(每條線只經過一次)嗎？  
如可行的話，請畫出來，不可行的話，請解釋。  
(答案交給林謀坤老師)

